

第5章 重力加速度をパラメーターとするコマの章動 付録

<宇宙でコマ回し>火星や月でコマを回すとどうなる？

はじめに

これまでの検討は、地球の重力場におけるコマ回しであった。

ここでは宇宙空間でコマ回しをやればどうなるかを検討する。

これは、例えば火星や月でのコマ回しである。

尚、本稿は『理科教材で学ぶコマの運動』の一部で、説明で引用する考え方や諸式はすべて下記のサイトにまとめて掲載している。

コマのワンダーランド 理科教材で学ぶコマの運動<歳差・章動・極運動>

<https://yamauo1945.sakura.ne.jp/astromy.html>

1 検討対象となるコマ

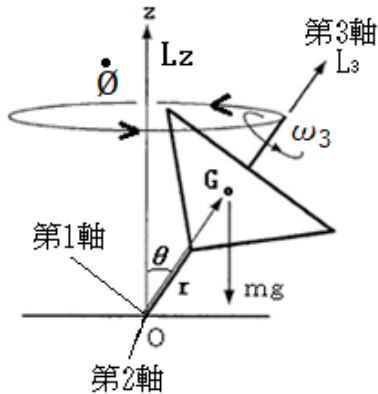
	L_z : 鉛直軸の角運動量 第3軸: コマの慣性主軸 コマの軸と同じ 第1軸、第2軸: 第3軸に直交する 慣性主軸 L_3 : コマの軸の角運動量 ω_3 : 第3軸の角速度	$\dot{\phi}$: 歳差運動の角速度 θ : コマの軸の傾斜角 g : 重力加速度 m : コマの質量 G : コマの重心 r : 位置ベクトル O : コマの支点 (原点)
--	--	---

図 1.1 コマの説明図

コマは手で保持した地球コマをある角度で手放す場合を想定する。

コマの安定度は $S=6$ 、投入角は $\theta_0=60^\circ$ を選定する。

コマの手放し時の回転数は、秒速 2.73 回転とする。

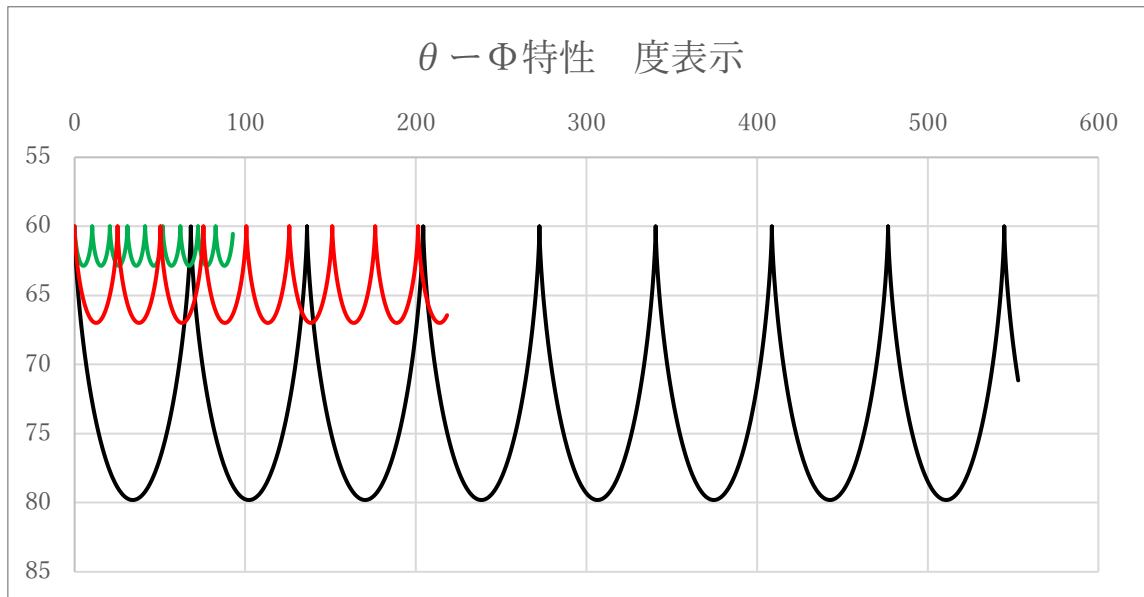
直径 0.6m、重量 $m=1\text{kg}$ 、回転軸周りの慣性モーメント $I_3=0.09\text{ kgm}^2/\text{s}$ の鉄製リングで構成された車輪型のコマを想定する。コマの支点から重心までの距離は $r=0.3\text{m}$ である。

コマの回転軸に直交する軸周りの慣性モーメントは $I=0.135\text{ kgm}^2/\text{s}$ である。

安定度 $S=6$ のコマを対象にすると、コマの回転軸周りの角運動量 L_3 は次のように求められる。
 $L_3^2 = mgrIS = 1 \times 9.8 \times 0.3 \times 0.135 \times 6 = 2.3814$ $L_3 = 1.5432\text{ kgm}^2/\text{s}$

2 地球、火星、月の章動波形の比較

重力加速度 地球 1g、火星 0.3895g、月 0.1655g 計算時間 5 秒



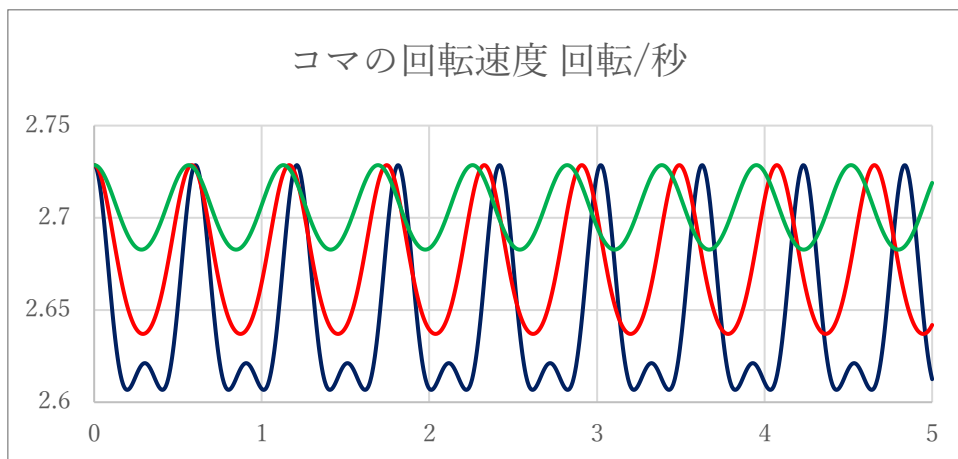
横軸 歳差運動の角度 ϕ 縦軸 章動の角度 θ

変動幅の大きなものから地球、火星、月。波形はいずれも相似形。

重力加速度が大きなものほど、変動幅が大きく歳差の角速度 $\dot{\phi}$ も速いことがわかる。

地球の歳差の速度は月や火星に比べて倍以上速い。

また月の周波数は地球や火星に比べて極端に大きい。

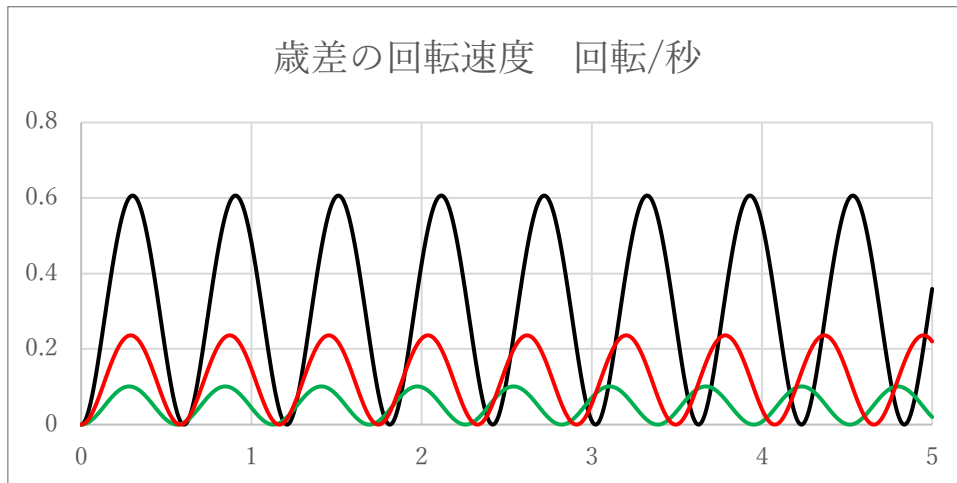


横軸 時間 秒 縦軸 コマの回転速度 回転/秒

回転速度の変動幅は地球、火星、月の順に大きい。

$\theta = 60^\circ$ での回転速度は手放しであるから、すべて同じ秒速 2.73 回転である。

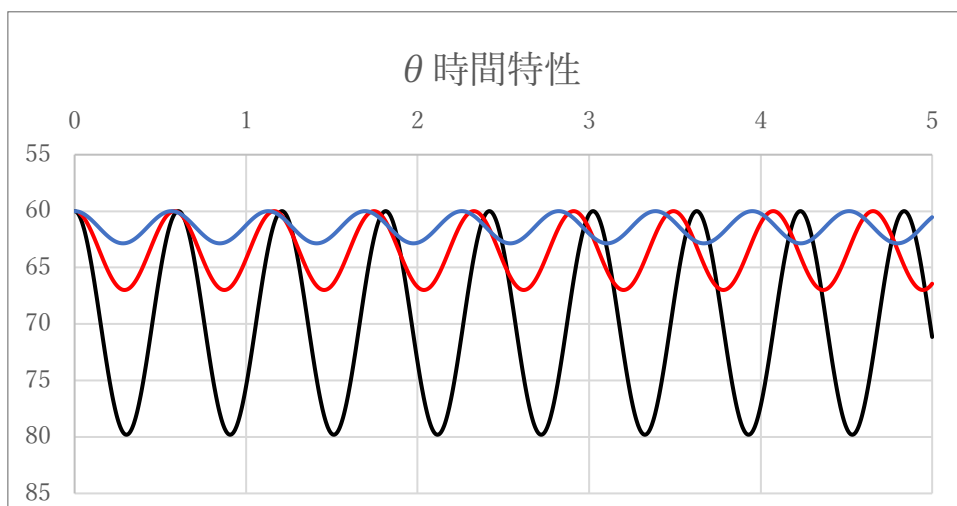
地球の波形は $\theta = 80^\circ$ ピークのところに凹みがあり、火星や月のものと差異がある。



横軸 時間 秒 縦軸 歳差の回転速度 回転/秒

変動幅の大きなものから地球、火星、月。

$\theta = 60^\circ$ での回転速度は手放しであるから、角速度 $\dot{\theta}$ はすべて 0 である。



横軸 時間 秒 縦軸 章動の角度 θ 度

変動幅の大きなものから地球、火星、月。

<まとめ>

安定度は、 $S = L_3^2 / mgrI$ で表され、重力加速度 g に反比例する。

従って、コマは重力加速度 g が大きくなるほど激しく動き回ることになる。

逆に無重力 $g=0$ では安定度 S は無限大となり、完全に静止した状態になる。

また L_3 はコマの回転と歳差の回転が合成されたものであり、これらの回転が衰えるとコマの安定度 S が減少しコマが安定限界を越えて倒れることになる。